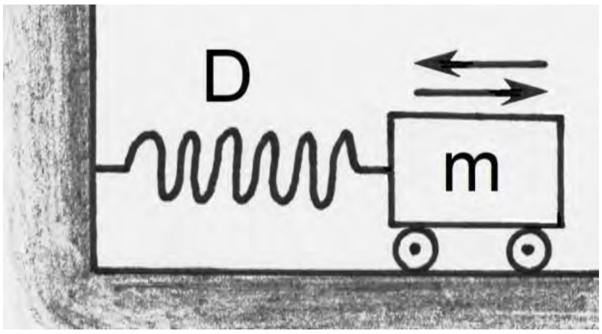
PAM mündlich

B. Schwingungen, Wellen und Wellenmodell des Lichts

Beispiel B.1:

Ein Federpendel besteht aus einer Masse von $2.3\,\text{kg}$ und einer Feder mit Federkonstante $D = 1.2\,\text{kN/m}$. Für eine Amplitude der Schwingung von $7.5\,\text{mm}$ bestimme folgendes:



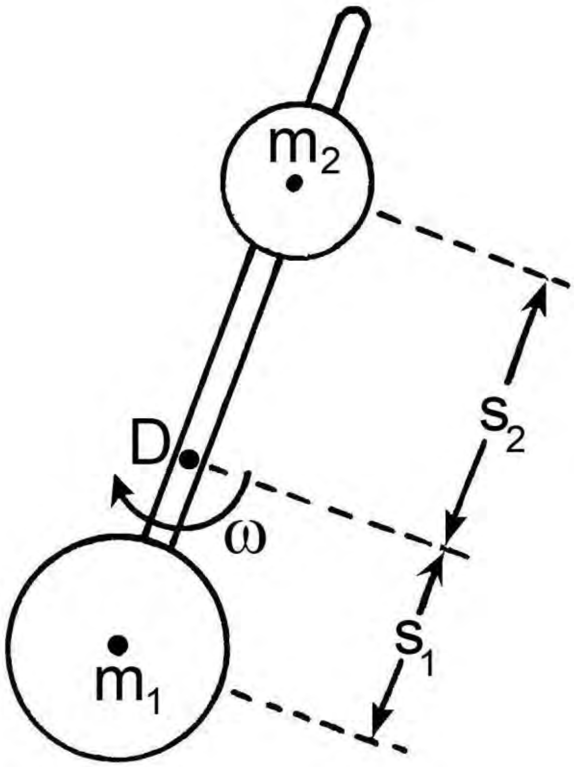
Die

a) Kreisfrequenz ω
b) Periodendauer T
c) Amplitude der momentanen Geschwindigkeit v
d) Amplitude der momentanen Beschleunigung
e) Energie

der Schwingung.

Beispiel B.2:

Ein Metronom besteht aus zwei Metallscheiben mit Massen m_1 und m_2 und Durchmessern d_1, resp. d_2. Sie sind an einem dünnen Stab befestigt, den wir als massenlos betrachten wollen. Die obere Scheibe kann man auf dem Stab verschieben. Diese Anordnung der zwei Scheiben kann man um die Achse D drehen. Die Abstände s_1 und s_2 der Scheiben von D seien gegeben.
Beschreibe die Berechnungen, die erforderlich sind, um aus obigen Angaben die Periodendauer zu berechnen mit welcher das Metronom schwingt.



Beispiel B.3:

Eine mechanische Schwingung hat eine Amplitude von $13\,\mu\text{m}$ und eine Frequenz von $310\,\text{Hz}$. Stelle die momentane Auslenkung aus der Gleichgewichtslage als Funktion der Zeit mathematisch dar. Bestimme auch die Amplitude der Geschwindigkeit.

Beispiel B.4:

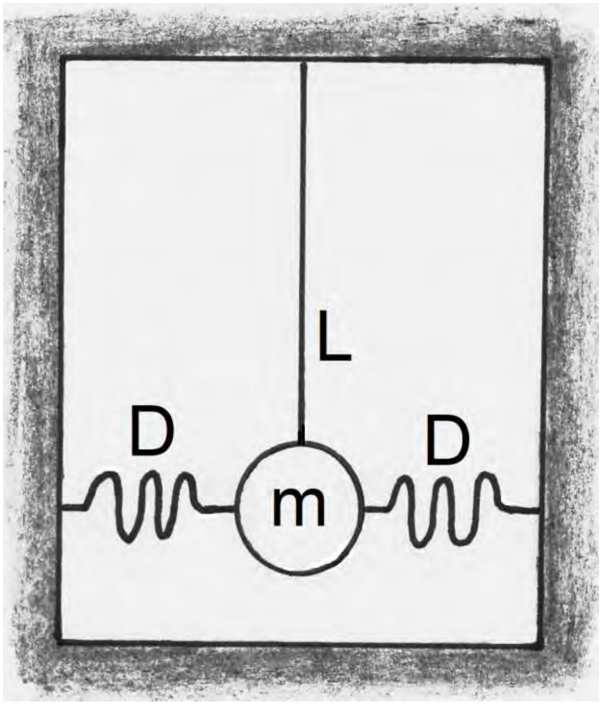
Nebenstehende Figur zeigt ein «Faden-Feder-Pendel». Ein Körper der Masse m hängt an einem Faden der Länge L. Er ist ausserdem an zwei horizontalen Federn mit gleicher Federkonstante D befestigt.

Für die Rückstellkraft gilt dann

$F \approx \left(2D + \frac{mg}{L}\right) x$

Dies ergibt eine Bewegungsgleichung

$ma + \left(2D + \frac{mg}{L}\right) x \approx 0$



Daraus ergibt sich die Differentialgleichung $\ddot{x} + \left(\frac{2D}{m} + \frac{g}{L}\right) x \approx 0$

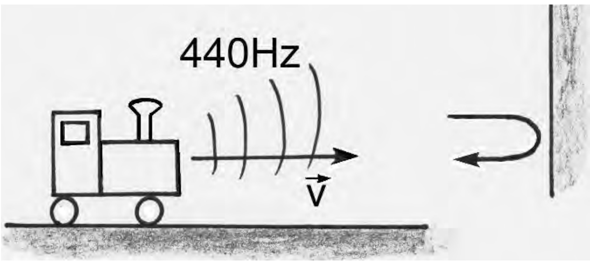
a) Wie kann man erkennen, dass das System in obiger Näherung harmonisch schwingt?
b) Angenommen man kennt alle «Systemparameter», m, g, L und D, wie könnte man die Kreisfrequenz ω der Schwingung berechnen?

Beispiel B.5:

Eine Schallquelle mit einer konstanten Frequenz von $440\,\text{Hz}$ bewegt sich mit konstanter Bahngeschwindigkeit $15\,\text{m/s}$ auf einer horizontalen Kreisbahn um den Punkt D. Die Schallgeschwindigkeit sei $343\,\text{m/s}$. Ein weit entfernter Beobachter nimmt einen Ton variabler Frequenz wahr. Berechne die höchste und die tiefste Frequenz des vom Beobachter wahrgenommenen Tons.

Der Beobachter befinde sich in der Ebene der Kreisbahn.

Beispiel B.6:



Eine Lokomotive nähert sich mit einer Geschwindigkeit von $90\,\mathrm{km/h}$ einer vertikalen Wand. Der Lokomotivführer sendet ein akustisches Signal der Frequenz $440\,\mathrm{Hz}$, das von der Wand reflektiert wird. Mit welcher Frequenz nimmt der Lokomotivführer die von der Wand reflektierte Schallwelle wahr? Die Schallgeschwindigkeit sei $343\,\mathrm{m/s}$.

Beispiel B:7:

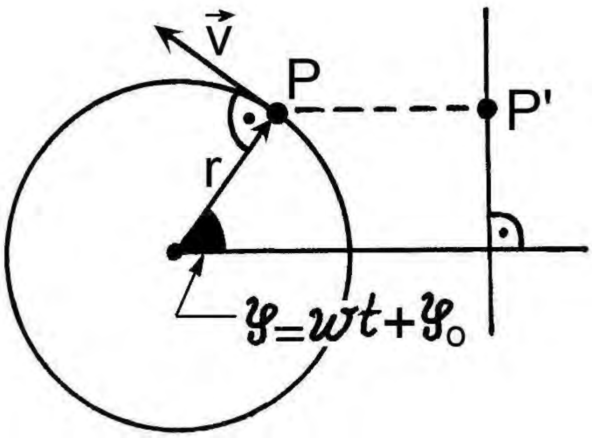
Mit welcher Geschwindigkeit breitet sich die Schallwelle

$$u(x,t) = 23\text{Pa}\,\sin\left(\frac{8.33}{\text{m}} \cdot x - \frac{2800}{\text{s}} \cdot t\right)$$

aus? Bestimme auch ihre Frequenz und ihre Wellenlänge.

Beispiel B.8:

Der Punkt P führt eine gleichförmige Kreisbewegung durch. Der Bahnradius r sei 93 mm und die Winkelgeschwindigkeit sei $9.5\,s^{-1}$. Der Punkt P' sei die Normalprojektion von P. Der Punkt P' schwingt harmonisch. Für die harmonische Schwingung von P' bestimme folgendes:



a) Stelle die momentane Auslenkung aus der Gleichgewichtslage von P' als Funktion der Zeit mathematisch dar.
b) Bestimme die Amplitude der momentanen Geschwindigkeit von P'.

Beispiel B.9:

Im Koordinatenursprung eines Koordinatensystems findet eine harmonische Schwingung statt wie folgt:

$$y(t) = 21\,\text{mm}\,\sin\left(\frac{80}{\text{s}} \cdot t\right)$$

Diese Schwingung erzeugt eine Transversalwelle mit einer Ausbreitungsgeschwindigkeit von $25\,\text{m}/\text{s}$ in Richtung der positiven x-Achse.

a) Wie gross ist die Frequenz der Schwingung?
b) Wie gross ist die Wellenlänge der Welle?
c) Stelle die durch die Schwingung im Koordinatenursprung erzeugte Welle mathematisch dar.
d) Stelle die Schwingung an der Stelle $x = 40\,\text{m}$ mathematisch dar.

Beispiel B.10:

Ein akustisches Signal mit einer konstanten Frequenz von $440\,\mathrm{Hz}$ wird von zwei Lautsprechern im Abstand von $15\,\mathrm{m}$ emittiert. Die beiden Lautsprecher sollen als punktförmige Schallquellen betrachtet werden. Ein Beobachter befindet sich im Abstand von $18\,\mathrm{m}$ von einem der beiden Lautsprecher. In welchen Abständen vom zweiten Lautsprecher beobachtet er konstruktive Interferenz der von den beiden Schallquellen emittierten Schallwellen? Die Schallgeschwindigkeit sei $343\,\mathrm{m/s}$.

Beispiel B:11:

Ein Beobachter nimmt zwei Schallwellen gleicher Amplitude, aber mit geringfügig unterschiedlichen Frequenzen f_1 und f_2 wahr. Es soll gelten $f_1 = f$ und $f_2 = f + \Delta f$, wobei $\Delta f << f$. Für die Schallwellen u_1 und u_2 an der Stelle $x = x_o$ soll gelten

$$u_1(x_o,t) = \hat{u} \cdot \sin(k \cdot x_o - \omega \cdot t))$$

$$u_2(x_o,t) = \hat{u} \cdot \sin(k \cdot x_o - (\omega + \Delta\omega) \cdot t))$$

Dabei entspricht x_o dem Standort des Beobachters. Es gilt dann $\omega = 2\pi f$ und $\Delta\omega = 2\pi \, \Delta f$. Der Beobachter nimmt eine akustische Schwebung dar. Begründe durch formale Interferenz obiger Schallwellen warum der Beobachter eine akustische Schwebung wahrnimmt.

Beispiel B.12:

Die Bewegungsgleichung einer erzwungenen Schwingung mit geschwindigkeits-proportionaler Dämpfung ist

$$\ddot{y} + 2\,\delta\,\dot{y} + \omega_o^2\,y = A\cos(\omega_1 t)$$

Dabei gilt:

ω_o: Eigenkreisfrequenz

ω_1: Erregerkreisfrequenz

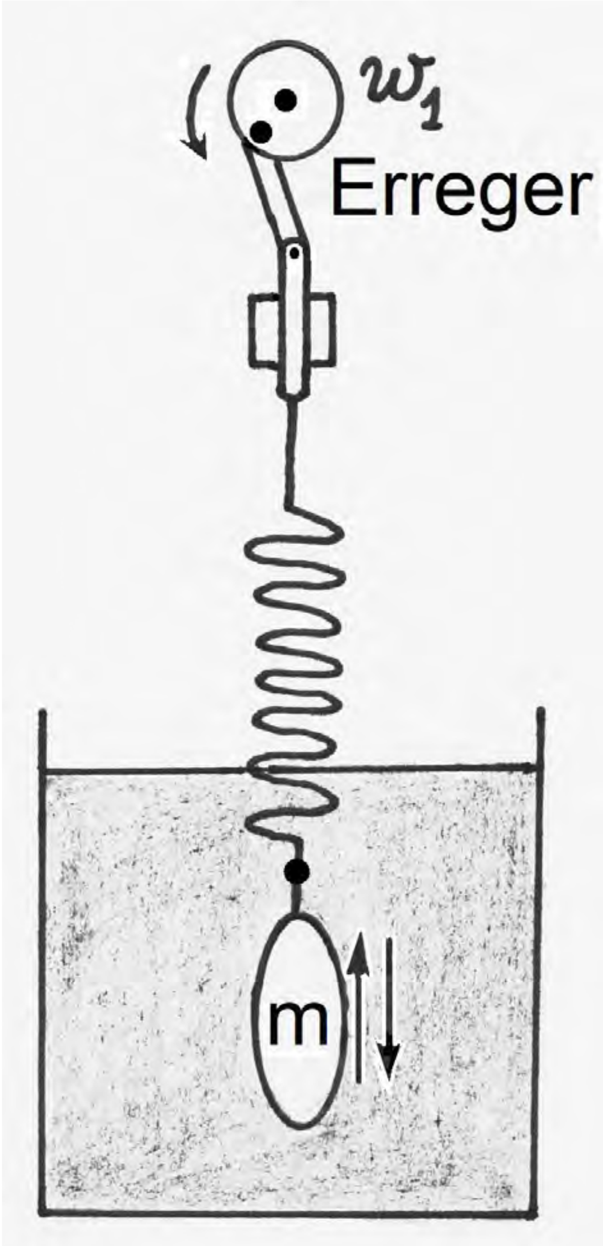
δ: Dämpfung

Die homogene Lösung dieser Differentialgleichung ist (für $\delta > 0$) exponentiell gedämpft und daher hier nicht von Interesse.
Die partikuläre Lösung ist

$$y_p(t) = \frac{A \cdot \cos(\omega_1 t + \gamma)}{\sqrt{(\omega_1^2 - \omega_o^2)^2 + 4\delta^2\,\omega_1^2}}$$

wobei $\gamma = \arctan\left(\frac{2\delta\omega_1}{\omega_1^2 - \omega_o^2}\right)$

Diskutiere die partikuläre Lösung.



Erzwungene Schwingung einer Federpendels in einer viskosen Flüssigkeit.

Beispiel B.13:

Die harmonische Welle $u_1(x,t) = \hat{u} \cdot \sin(kx - \omega t)$ wird reflektiert. Die reflektierte Welle sei $u_2(x,t) = \hat{u} \cdot \sin(kx + \omega t + \phi_o)$. Wir nehmen $\phi_o = 0$. Erkläre mithilfe obiger Darstellungen warum durch Interferenz dieser Wellen stehende Wellen erzeugt werden.

Beispiel B.14:

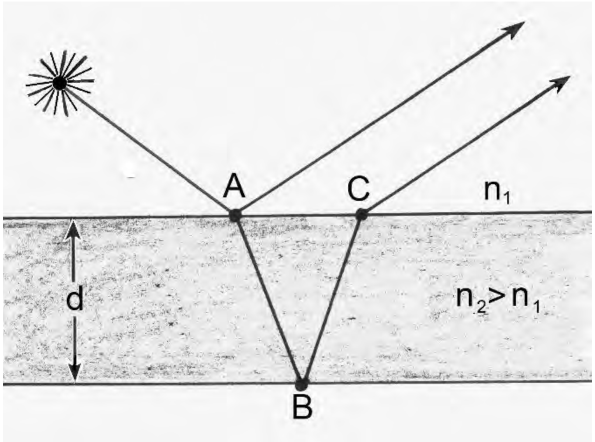
Rotes Licht mit einer Wellenlänge von $650\,\text{nm}$ trifft senkrecht auf einen Doppelspalt mit einem Spaltabstand von $600\,\mu\text{m}$. Auf einem Schirm im Abstand von $4.5\,\text{m}$ bildet sich ein Beugungsmuster. Welchen Abstand haben die Maxima nullter und zweiter Ordnung in diesem Beugungsmuster?

Beispiel 15:

Der Spurenabstand auf einer CD misst $1.6\,\mu\text{m}$. Ein Strahl grünes Licht der Wellenlänge $550\,\text{nm}$ fällt senkrecht auf die CD. Wie gross sind die Beugungswinkel der Intensitätsmaxima im Beugungsmuster?

Beispiel B.16:

Rotes Licht mit einer Wellenlänge von 650 nm wird von einer Seifenlamelle bei senkrechtem Einfall durch destruktive Interferenz ausgelöscht. Berechne die minimale Dicke der Seifenlamelle wenn ihre Brechzahl 4 / 3 beträgt.



Reflexion von Licht an einer Seifenlamelle für schrägen Einfall des Lichts. Das Beispiel ist für senkrechten Einfall des Lichts.